

KONDENZATOR

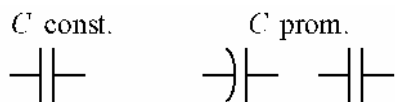
Sistem od dva provodnika, razdvojena dielektrikom, koji može imati znatne vrednosti kapaciteta zove se kondenzator. Kapacitet kondenzatora srazmeran je dielektričnoj konstanti sredine i površini provodnika a obrnuto srazmeran me usobnom rastojanju provodnika:

$$C \sim \frac{\epsilon \cdot S}{d}$$

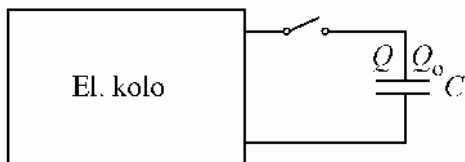
Pri izradi kondenzatora ve ih kapaciteta potrebno je za dielektrik izabrati materijal sa što ve om dielektričnom konstantom. Sa druge strane, teži se da površine provodnika budu što ve e, a debljina dielektrika me u njima što manja. Me utim, javljaju se i druge prakti ne okolnosti. Sloj dielektrika me u provodnicima ne može biti smanjen preko jedne prakti ne granice jer mora da izdrži potreban napon me u provodnicima. Sa druge strane, velike površine provodnika nisu podesne zbog glomaznosti kondenzatora i ekonomskih razloga.

Kondenzatori imaju veliku primenu u radiotehnici i, uopšte, u elektronskoj tehnici, u raznim instrumentima za poboljšanje uslova prenošenja elektri ne snage, telegrafije, telefonije i sli no.

Simboli za ozna avanje kondenzatora sa stalnim i promenljivim kapacitetom izgledaju kao na slici:



Kada se kondenzator kapaciteta C , ije elektrode nisu bile naelektrisane, priklju i u kolo, kroz granu sa kondenzatorom e prote i elektricitet a elektrode e se naelektrisati. Protekla koli ina naelektrisanja se ozna ava sa q .



Naelektrisanje elektrode kondenzatora, prema kojoj je usmerena strelica (koja ozna ava referentni smer za proteklu koli inu elektriciteta q) je tada isto i po koli ini i po znaku sa proteklom koli inom elektriciteta q .

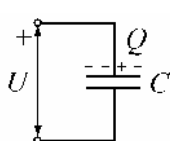
Optere enje kondenzatora Q predstavlja algebarsku vrednost naelektrisanja one elektrode kondenzatora prema kojoj je uperena strelica referentnog smera protekle koli ine naelektrisanja q . Prema tome:

$$Q = q$$

Ako su elektrode kondenzatora pre priklju enja u kolo bile naelektrisane, njihovo naelektrisanje se naziva po etna optere enost kondenzatora Q_0 , uz usvojeni referentni smer. Posle priklju enja ovakvog kondenzatora u kolo, izme u krajnje i po etne optere enosti koli ine elektriciteta q postoji veza:

$$Q = Q_0 + q$$

(Q , Q_0 i q imaju algebarsko zna enje prema istom referentnom smeru u grani sa kondenzatorom).

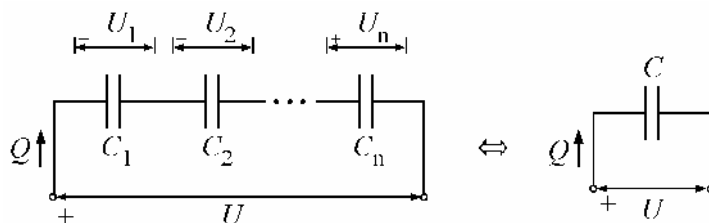


Odnos koli ine elektriciteta i napona je konstantan za jedan dati kondenzator i naziva se elektri ni kapacitet kondenzatora: $C = \frac{Q}{U}$.

Vezivanje kondenzatora

U praksi naj primenije se više kondenzatora vezuje zajedno u bateriju kondenzatora. Pri tome se, kao i kod ostalih električnih uređaja, razlikuju dva principijelna načina međusobnog vezivanja - redno i paralelno.

Redna veza kondenzatora:



Neka je u električnom kolu vezano na red n kondenzatora, različitih kapacitivnosti C_1, C_2, \dots, C_n . Ukoliko se ova redna veza kondenzatora, koji su u neutralnom stanju, priključi na izvor konstantnog napona U , kroz kolo će proteći određena količina elektriciteta Q , i to ista količina kroz sve delove kola.

Tom istom količinom elektriciteta Q opteretiti će se svi kondenzatori za isto vreme. Kondenzatori će se opteretivati sve dok se zbir napona na kondenzatorima ne izjednači sa naponom izvora U .

S obzirom da su svi kondenzatori C_1, C_2, \dots, C_n optereteni istom količinom elektriciteta $Q_1 = Q_2 = \dots = Q_n = Q$ naponi na pojedinim kondenzatorima biće:

$$U_1 = \frac{Q}{C_1},$$

$$U_2 = \frac{Q}{C_2},$$

...

$$U_n = \frac{Q}{C_n}.$$

Ukupni napon na krajevima redne veze kondenzatora U jednak je zbiru napona na kondenzatorima:

$$U = U_1 + U_2 + \dots + U_n = \sum_{i=1}^n U_i$$

odnosno,

$$U = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \dots + \frac{Q}{C_n} = \sum_{i=1}^n \frac{Q}{C_i} = Q \cdot \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}.$$

Ukoliko bi se umesto grupe n redno vezanih kondenzatora, na isti napon priključio samo jedan ekvivalentni kondenzator, važio bi odnos:

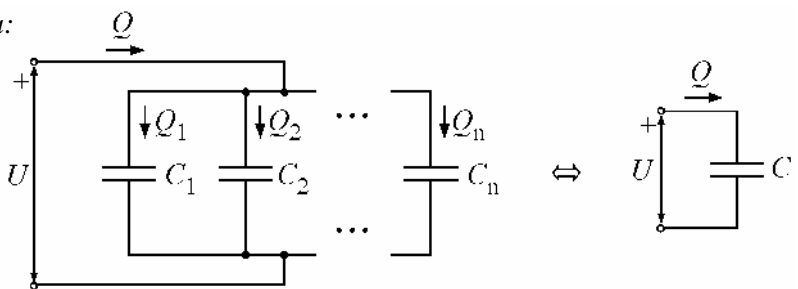
$$U = \frac{Q}{C}.$$

Prema tome, ekvivalentni kapacitet redne veze kondenzatora, odnosno njegova recipročna vrednost jednaka je zbiru recipročnih vrednosti kapaciteta pojedinih kondenzatora:

$$\boxed{\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}}$$

Redno povezivanje smanjuje kapacitivnost sistema u odnosu na kapacitivnost komponenti.

Paralelna veza kondenzatora:



Neka se paralelna veza \$n\$ kondenzatora, različitih kapacitivnosti \$C_1, C_2, \dots, C_n\$ i koji su u neutralnom stanju, priključi na izvor konstantnog napona \$U\$. U ovom slučaju svih \$n\$ kondenzatora priključeno je na isti napon.

S obzirom da su kapaciteti \$n\$ paralelno vezanih kondenzatora međusobno različiti, svaki od priključeni kondenzatora opteretit će se različitim količinom elektriciteta:

$$Q_1 = C_1 \cdot U$$

$$Q_2 = C_2 \cdot U$$

...

$$Q_n = C_n \cdot U$$

Ukupna količina elektriciteta \$Q\$, koja protokne kroz kolo po zakonu o održanju količine elektriciteta, jednaka je:

$$Q = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n,$$

odnosno, može se pisati:

$$Q = C_1 \cdot U + C_2 \cdot U + \dots + C_n \cdot U = U \cdot \sum_{i=1}^n C_i$$

Ako bi se umesto \$n\$ paralelno vezanih kondenzatora, na isti napon \$U\$ priključio samo jedan ekvivalentni kondenzator, kroz njega bi protekla ista količina elektriciteta:

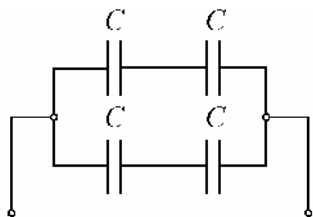
$$Q = U \cdot C,$$

odnosno, ekvivalentni kapacitet grupe \$n\$ paralelno vezanih kondenzatora jednak je zbiru kapaciteta pojedinih kondenzatora:

$$C = \sum_{i=1}^n C_i$$

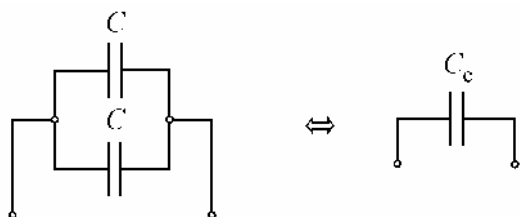
Paralelno povezivanje povećava kapacitivnost sistema u odnosu na kapacitivnost komponenti.

1. Za grupu kondenzatora prikazanu na slici odrediti ekvivalentnu kapacitivnost.



Rešenje:

Kolo na slici sastoji se iz paralelne veza dve grane u kojima su po dva kondenzatora vezana na red i može se predstaviti slede im ekvivalentnim kolima:



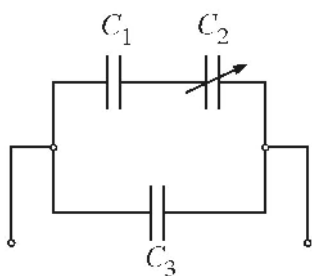
$$\frac{1}{C'} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C}$$

$$C_e = C' + C'$$

$$C' = \frac{C}{2}$$

$$C_e = C$$

2. Kondenzatori kapacitivnosti $C_1=300\text{pF}$, $C_3=500\text{pF}$ i kondenzator C_2 iji se kapacitet može menjati od 200pF do 300pF spojeni su kao na slici. Odrediti granice u kojima se nalazi ekvivalentna kapacitivnost.



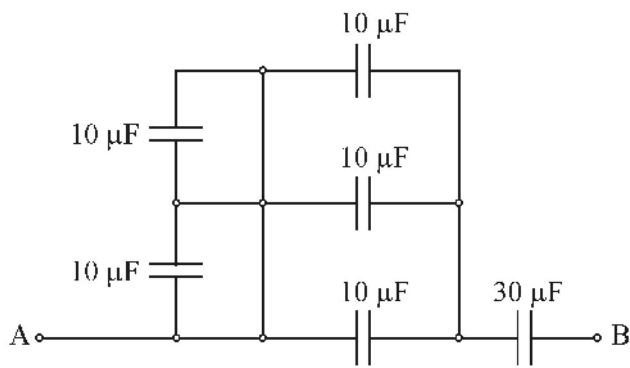
Rešenje:

$$C_e = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} + C_3$$

$$C_{e\text{min}} = 620\text{pF}$$

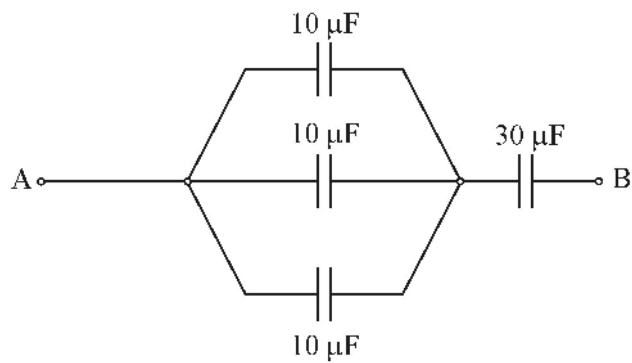
$$C_{e\text{max}} = 650\text{pF}$$

3. Odrediti ekvivalentnu kapacitivnost kombinacije kondenzatora spojenih između tačaka A i B.



Rešenje:

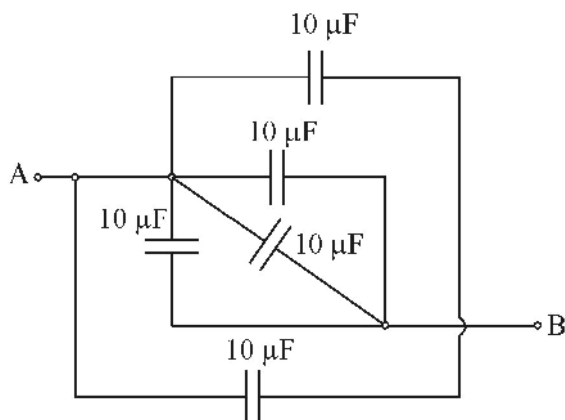
Ekvivalentno kolo:



$$C_e = \frac{(10\mu\text{F} + 10\mu\text{F} + 10\mu\text{F}) \cdot 30\mu\text{F}}{(10\mu\text{F} + 10\mu\text{F} + 10\mu\text{F}) + 30\mu\text{F}}$$

$$C_e = 15\mu\text{F}$$

4. Odrediti ekvivalentnu kapacitivnost kombinacije kondenzatora spojenih između tačaka A i B.

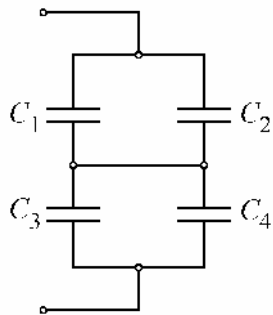


Rešenje:

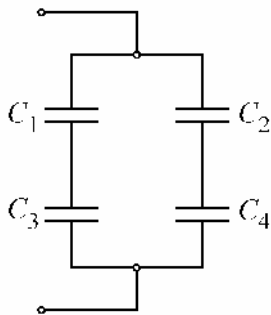
$$C_e = 30\mu\text{F}$$

5. a) Odrediti kapacitet baterije kondenzatora vezanih prema slici 1 i 2.

b) Dokazati da je kapacitet baterije isti u oba slučaja ako je $\frac{C_1}{C_3} = \frac{C_2}{C_4}$.



Slika 1.



Slika 2.

Rešenje:

$$\text{a) } C_{e1} = \frac{(C_1 + C_2) \cdot (C_3 + C_4)}{C_1 + C_2 + C_3 + C_4}$$

$$C_{e2} = \frac{C_1 \cdot C_3}{C_1 + C_3} + \frac{C_2 \cdot C_4}{C_2 + C_4}$$

$$\text{b) } C_3 = \frac{C_1}{C_2} \cdot C_4$$

$$\frac{C_1}{C_3} = \frac{C_2}{C_4}$$

$$\frac{1}{C_{e1}} = \frac{1}{C_1 + C_2} + \frac{1}{C_3 + C_4}$$

$$C_{e2} = \frac{C_1}{\frac{C_1}{C_3} + 1} + \frac{C_2}{\frac{C_2}{C_4} + 1}$$

$$\frac{1}{C_{e1}} = \frac{1}{C_1 + C_2} + \frac{1}{\frac{C_1}{C_2} C_4 + C_4}$$

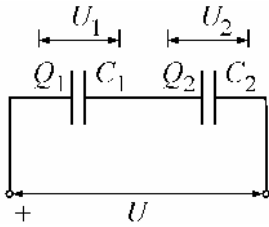
$$C_{e2} = \frac{C_1}{\frac{C_2}{C_4} + 1} + \frac{C_2}{\frac{C_2}{C_4} + 1}$$

$$C_{e1} = \frac{C_4 \cdot (C_1 + C_2)}{C_2 + C_4}$$

$$C_{e2} = \frac{C_1 + C_2}{\frac{C_2}{C_4} + 1}$$

$$C_{e2} = \frac{C_4 \cdot (C_1 + C_2)}{C_2 + C_4}$$

6. Ako su dva kondenzatora kapaciteta $6\ \mu\text{F}$ i $10\ \mu\text{F}$ vezana na red i priklju ena na napon od $200\ \text{V}$, odrediti:
- napon na svakom kondenzatoru,
 - optere enje svakog kondenzatora.



Rešenje:

$$Q_1 = Q_2 = Q$$

$$Q_1 = C_1 \cdot U_1$$

$$Q_2 = C_2 \cdot U_2$$

$$C_1 \cdot U_1 = C_2 \cdot U_2 \quad (1)$$

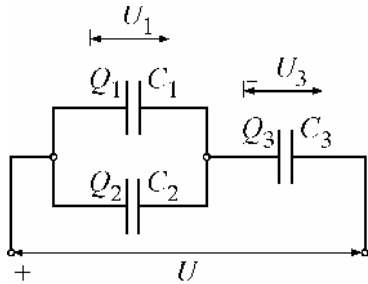
$$U_1 + U_2 = U \quad (2)$$

$$U_1 = 125\text{V}$$

$$U_2 = 75\text{V}$$

$$Q = C_1 U_1 = C_2 U_2 = 750\ \mu\text{C}$$

7. Dva kondenzatora kapaciteta $C_1 = 4 \mu\text{F}$ i $C_2 = 5 \mu\text{F}$ vezana su paralelno, a sa njima na red tre i kapaciteta $C_3 = 11 \mu\text{F}$. Ceo niz nalazi se pod naponom $U = 220 \text{ V}$. Odrediti:
- kapacitet cele grupe,
 - optere enja svih kondenzatora,
 - napon na svakom kondenzatoru.



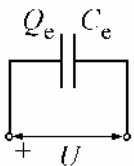
Rešenje:

a) $C' = C_1 + C_2$

$$\frac{1}{C_e} = \frac{1}{C'} + \frac{1}{C_3}$$

$$C_e = \frac{(C_1 + C_2) \cdot C_3}{C_1 + C_2 + C_3} = 4.95 \mu\text{F}$$

b) $Q' = Q_3 = Q_e$



$$Q_e = C_e \cdot U = 1090 \mu\text{C}$$

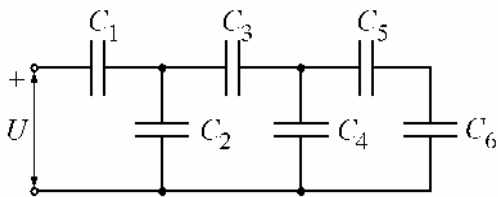
$$Q_3 = 1090 \mu\text{C}$$

$$\left. \begin{array}{l} Q' = Q_1 + Q_2 = Q_3 \\ \frac{Q_1}{C_1} = \frac{Q_2}{C_2} \end{array} \right\} \begin{array}{l} Q_1 = 484 \mu\text{C} \\ Q_2 = 606 \mu\text{C} \end{array}$$

c) $U_1 = U_2 = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{Q_2}{C_2} = 121 \text{ V}$

$$U_3 = \frac{Q_3}{C_3} = 99 \text{ V}$$

8. Na mrežu napona U priklju eno je 6 kondenzatora prema šemi na slici. Odrediti napon mreže kao i napone na svim kondenzatorima, ako je $C_1 = 56 \text{ pF}$, $C_2 = 80 \text{ pF}$, $C_3 = 70 \text{ pF}$, $C_4 = 60 \text{ pF}$, $C_5 = 50 \text{ pF}$ i $C_6 = 100 \text{ pF}$ a optere enje na kondenzatoru kapaciteta C_6 iznosi $Q_6 = 1 \text{ nC}$.



Rešenje:

$$U_6 = \frac{Q_6}{C_6} = 10\text{V}$$

$$Q_5 = Q_6 = 1\text{nC}$$

$$U_5 = \frac{Q_5}{C_5} = 20\text{V}$$

$$U_4 = U_5 + U_6 = 30\text{V}$$

$$Q_4 = C_4 \cdot U_4 = 1,8\text{nC}$$

$$Q_3 = Q_4 + Q_5 = 2,8\text{nC}$$

$$U_3 = \frac{Q_3}{C_3} = 40\text{V}$$

$$U_2 = U_3 + U_4 = 70\text{V}$$

$$Q_2 = C_2 \cdot U_2 = 5,6\text{nC}$$

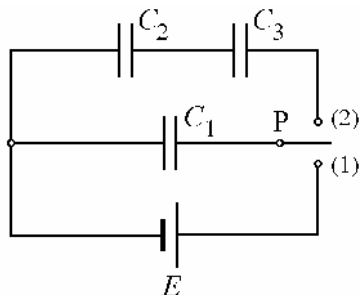
$$Q_1 = Q_2 + Q_3 = 8,4\text{nC}$$

$$U_1 = \frac{Q_1}{C_1} = 150\text{V}$$

$$U = U_1 + U_2 = 220\text{V}$$

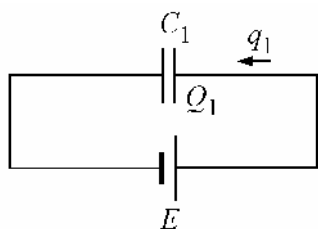
9. Tri kondenzatora poznatih kapacitivnosti $C_1 = 1 \mu\text{F}$, $C_2 = 2 \mu\text{F}$ i $C_3 = 3 \mu\text{F}$ kao i generator ems $E = 60 \text{ V}$ vezani su u kolo prikazano na slici. Kondenzatori su u neutralnom stanju. Prekida P prvo se nalazi u položaju (1). Kada nastupi stacionarno stanje, prebaci se u položaj (2). Odrediti:

- Količinu elektriciteta koja protokne kroz granu sa kondenzatorom C_1 posle prebacivanja prekida a u položaj (2);
- Elektrostatičku energiju kondenzatora kapaciteta C_1 posle prebacivanja prekida a u položaj (2).



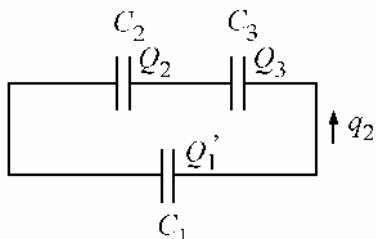
Rešenje:

- Sa prekidačem u položaju (1) opterećenost kondenzatora biće:



$$Q_1 = q_1 = C_1 \cdot E = 60 \mu\text{C}$$

Sa prekidačem u položaju (2) kondenzator kapaciteta C_1 se rasterećuje. Opterećenosti kondenzatora C_1 , C_2 i C_3 biće respektivno:



$$Q_1' = Q_1 - q_2$$

$$Q_2 = q_2$$

$$Q_3 = q_2$$

Kako važi: $U_1 = U_2 + U_3$

$$\text{biće: } \frac{Q_1 - q_2}{C_1} = \frac{Q_2}{C_2} + \frac{Q_3}{C_3}$$

$$\text{ili: } \frac{Q_1}{C_1} - \frac{q_2}{C_1} = \frac{q_2}{C_2} + \frac{q_2}{C_3}$$

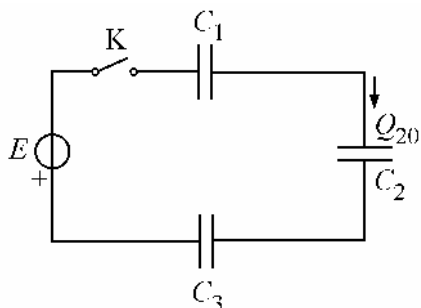
$$\text{odnosno: } \frac{Q_1}{C_1} = q_2 \cdot \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right)$$

$$q_2 = \frac{Q_1 C_2 C_3}{C_2 C_3 + C_1 C_3 + C_2 C_1} = 32,72 \mu\text{C}$$

- Posle prebacivanja prekidača u položaj (2) elektrostatička energija kondenzatora C_1 biće:

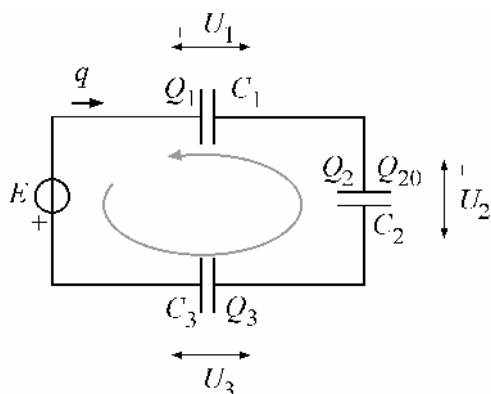
$$W_1 = \frac{1}{2} \frac{(Q_1 - q_2)^2}{C_1} = 372,1 \mu\text{J}$$

10. Kondenzatori kapaciteta $C_1 = 120 \text{ pF}$ i $C_3 = 300 \text{ pF}$ bez po etnih optere enosti, kondenzator kapaciteta $C_2 = 100 \text{ pF}$, po etne optere enosti $Q_{20} = 1,2 \text{ nC}$ prema ozna enom referentnom smeru i generator ems $E = 14 \text{ V}$ vezani su u kolo na slici. Odrediti napone izme u krajeva kondenzatora posle zatvaranja prekida a K.



Rešenje:

Posle zatvaranja prekida a K kroz kolo protekne koli ina elektriciteta q i optere enosti pojedinih kondenzatora bi e:



$$\begin{aligned} Q_1 &= q \\ Q_2 &= Q_{20} + q \\ Q_3 &= q \end{aligned}$$

Za kolo sa slike može se napisati jedna ina po II Kirhofovom zakonu:

$$E + U_1 + U_2 + U_3 = 0$$

odnosno bi e:

$$E + \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2}{C_2} + \frac{Q_3}{C_3} = 0$$

Zamenom izraza za optere enosti kondenzatora, dobija se:

$$q = -\frac{C_1 C_3 (C_2 E + Q_{20})}{C_1 C_2 + C_1 C_3 + C_2 C_3} = -1,2 \text{ nC}$$

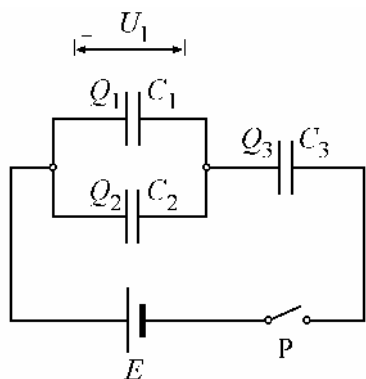
i dalje:

$$Q_1 = -1,2 \text{ nC} \quad U_1 = -10 \text{ V}$$

$$Q_2 = 0 \quad U_2 = 0$$

$$Q_3 = -1,2 \text{ nC} \quad U_3 = -4 \text{ V}$$

11. Izvor ems $E = 110 \text{ V}$ i tri kondenzatora kapacitivnosti $C_1 = 1 \mu\text{F}$, $C_2 = 2 \mu\text{F}$ i $C_3 = 3 \mu\text{F}$ spojeni su prema emi na slici. Odrediti koli inu elektriciteta Q koja e prote i strujnim kolom nakon zatvaranja prekida a P , kao i koli ine elektriciteta kroz paralelne grane.



Rešenje:

$$\left. \begin{aligned} Q &= C \cdot E \\ C &= \frac{C_{12} \cdot C_3}{C_{12} + C_3} \\ C_{12} &= C_1 + C_2 \end{aligned} \right\} Q = 165 \mu\text{C}$$

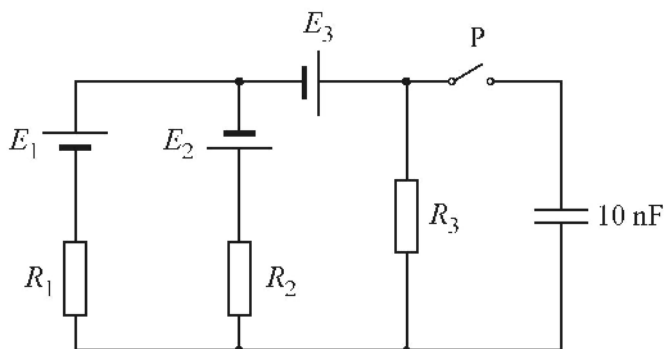
$$U_1 = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{Q_2}{C_2} = \frac{Q}{C_1 + C_2} = 55 \text{ V}$$

$$Q_1 = C_1 U_1 = 55 \mu\text{C}$$

$$Q_2 = C_2 U_1 = 110 \mu\text{C}$$

$$Q_3 = Q = Q_1 + Q_2 = 165 \mu\text{C}$$

12. Odrediti elektricitet koji protekne kroz kondenzator nakon zatvaranja prekida a, ako njegove elektrode prethodno nisu bile optere ene.



$$\begin{aligned} R_1 &= 10 \Omega \\ R_2 &= 10 \Omega \\ R_3 &= 5 \Omega \\ E_1 &= 25 \text{ V} \\ E_2 &= 5 \text{ V} \\ E_3 &= 10 \text{ V} \end{aligned}$$

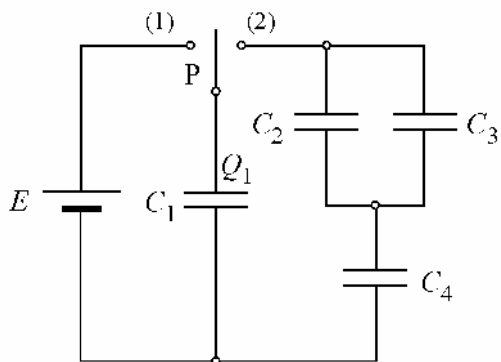
Rešenje:

Struja u grani sa otpornikom R_3 je 2 A, pa samim tim i napon na ovom otporniku iznosi 10 V.

Nakon zatvaranja prekida a, kroz granu sa kondenzatorom protekne koli ina elektriciteta:

$$Q = C \cdot U = 10 \text{ nF} \cdot 10 \text{ V} = 0,1 \mu\text{C}$$

13. Izvor ems $E = 300 \text{ V}$ i četiri kondenzatora u neutralnom stanju spojeni su prema šemi na slici. Prekida P se postavi u položaj (1), a kada nastupi stacionarno stanje prebaci se u položaj (2). Odrediti optere enja i napone na svim kondenzatorima za oba položaja prekida a, ako je $C_1 = C_4 = 6 \text{ nF}$, $C_2 = 2 \text{ nF}$ i $C_3 = 4 \text{ nF}$.



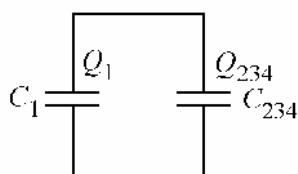
Rešenje:

Položaj (1):

$$U_1 = E = 300 \text{ V}$$

$$Q_1 = C_1 \cdot U_1 = 1800 \text{ nC}$$

Položaj (2):



$$C_{234} = \frac{(C_2 + C_3) \cdot C_4}{C_2 + C_3 + C_4} = 3 \text{ nF}$$

$$U_1' = U_{234}$$

$$\frac{Q_1'}{C_1} = \frac{Q_{234}}{C_{234}}$$

$$Q_1' + Q_{234} = Q_1$$

$$Q_1' = \frac{C_1}{C_1 + C_{234}} Q_1 = 1200 \text{ nC}$$

$$Q_{234} = Q_1 - Q_1' = 600 \text{ nC}$$

$$U_1' = \frac{Q_1}{C_1} = 200 \text{ V}$$

$$Q_4 = Q_{234} = 600 \text{ nC}$$

$$U_4 = \frac{Q_4}{C_4} = 100 \text{ V}$$

$$U_2 = U_3 = U_1 - U_4 = 100 \text{ V}$$

$$Q_2 = C_2 \cdot U_2 = 200 \text{ nC}$$

$$Q_3 = Q_4 - Q_2 = 400 \text{ nC}$$