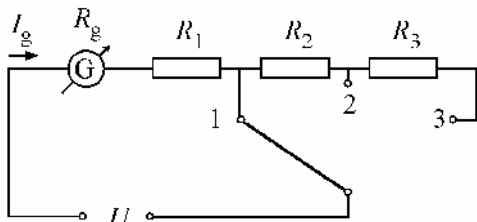


PROŠIRENJE MERNOG OPSEGA AMPERMETRA I VOLTMETRA SA KRETNIM KALEMOM

1. Galvanometar otpornosti $R_g = 20 \Omega$ daje puni otklon kazaljke pri struji od $I_g = 5 \text{ mA}$. Potrebno je od njega napraviti VOLTMETAR. Koliko treba da iznose predotpori R_1 , R_2 i R_3 , da bi instrument davao puni otklon kazaljke pri merenju napona: a) $U_1 = 3 \text{ V}$, b) $U_2 = 30 \text{ V}$, c) $U_3 = 150 \text{ V}$.



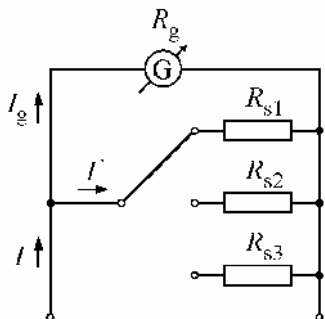
Rešenje:

$$I_g = \frac{U_1}{R_g + R_1} \Rightarrow R_1 = \frac{U_1}{I_g} - R_g = 580 \Omega$$

$$I_g = \frac{U_2}{R_g + R_1 + R_2} \Rightarrow R_2 = \frac{U_2}{I_g} - R_g - R_1 = 5400 \Omega$$

$$I_g = \frac{U_3}{R_g + R_1 + R_2 + R_3} \Rightarrow R_3 = \frac{U_3}{I_g} - R_g - R_1 - R_2 = 24000 \Omega$$

2. Galvanometar ima puno skretanje pri struji ja ine $I_g = 1 \text{ mA}$. Unutrašnja otpornost galvanometra je $R_g = 10 \Omega$. Galvanometar treba da posluži kao AMPERMETAR za opsege struja od 0-10 mA; od 0-100 mA i od 0-1 A. Odrediti otpornosti otpornika koje treba vezati paralelno galvanometru (otpornosti šantova) za sve navedene opsege struja.



Rešenje:

$$I = I_g + I'$$

$$-R_g I_g + R_S I' = 0$$

$$R_S = \frac{R_g}{\frac{I}{I_g} - 1}$$

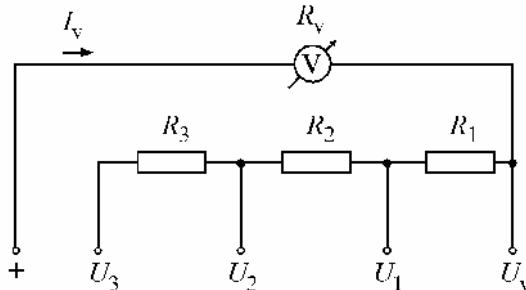
Pri punom skretanju $I_g = 1 \text{ mA}$:

- za opseg od 0-10 mA $R_{S1} = \frac{10}{9} \Omega = 1,11 \Omega$

- za opseg od 0-100 mA $R_2 = \frac{10}{99} \Omega = 0,10 \Omega$

- za opseg od 0-1 A $R_{S3} = \frac{10}{999} \Omega = 0,01 \Omega$

3. VOLTMETAR unutrašnje otpornosti $R_V = 1500 \Omega$ daje puni otklon kazaljke kod struje $I_V = 20 \text{ mA}$.
- Koliki je karakteristi ni otpor voltmetra (R_{V0})?
 - Koliko treba da iznose predotpori R_1 , R_2 i R_3 da bi instrument davao puni otklon kod napona $U_{1\text{max}} = 150 \text{ V}$, $U_{2\text{max}} = 300 \text{ V}$ i $U_{3\text{max}} = 450 \text{ V}$?
 - Kolika je potrošnja snage pri merenju napona 150 V , 220 V i 380 V ?



Rešenje:

- a) Za puno skretanje:

$$U_{V\text{max}} = R_V \cdot I_V = 30 \text{ V}$$

Karakteristi ni otpor = unutrašnji otpor / puno skretanje:

$$R_{V0} = \frac{R_V}{U_{V\text{max}}} = 50 \Omega / \text{V}$$

- b) Puni otklon kazaljke α_{max} :

$$U_{1\text{max}} = 150 \text{ V} : \quad I_V = \frac{U_{1\text{max}}}{R_1 + R_V} \Rightarrow R_1 = \frac{U_{1\text{max}}}{I_V} - R_V = 600 \Omega$$

$$U_{2\text{max}} = 300 \text{ V} : \quad I_V = \frac{U_{2\text{max}}}{R_1 + R_2 + R_V} \Rightarrow R_2 = \frac{U_{2\text{max}}}{I_V} - R_V - R_1 = 750 \Omega$$

$$U_{3\text{max}} = 450 \text{ V} : \quad I_V = \frac{U_{3\text{max}}}{R_1 + R_2 + R_3 + R_V} \Rightarrow R_3 = \frac{U_{3\text{max}}}{I_V} - R_V - R_1 - R_2 = 750 \Omega$$

- c) $P_V = U \cdot I_V$

$$I_V = \frac{U}{R_V}$$

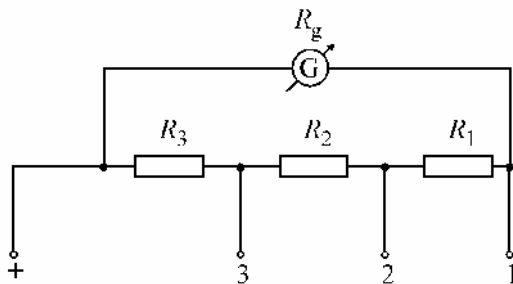
$$P_V = \frac{U^2}{R_V}$$

$$U_1 = 150 \text{ V} : \quad P_{V1} = \frac{U_1^2}{R_V + R_1} = 3 \text{ W} \quad (\text{prvi opseg, jer je } U_1 < U_{1\text{max}})$$

$$U_2 = 220 \text{ V} : \quad P_{V2} = \frac{U_2^2}{R_V + R_1 + R_2} = 3,2 \text{ W} \quad (\text{drugi opseg, jer je } U_2 < U_{2\text{max}})$$

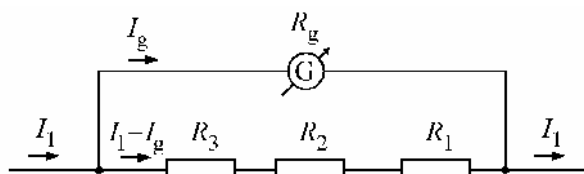
$$U_3 = 380 \text{ V} : \quad P_{V3} = \frac{U_3^2}{R_V + R_1 + R_2 + R_3} = 6,4 \text{ W} \quad (\text{tre i opseg, jer je } U_3 < U_{3\text{max}})$$

4. Galvanometar otpornosti $R_g = 20 \Omega$ daje puni otklon kazaljke kod struje $I_g = 5 \text{ mA}$. Koliko treba da iznose otpori R_1 , R_2 i R_3 kombinovanog šanta prikazanog na slici da bi instrument (AMPERMETAR) davao puni otklon kod struja: a) $I_1 = 1.5 \text{ A}$; b) $I_2 = 6 \text{ A}$ i c) $I_3 = 30 \text{ A}$



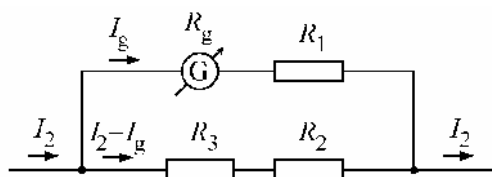
Rešenje:

- a) prekida u položaju 1: $I = I_1$



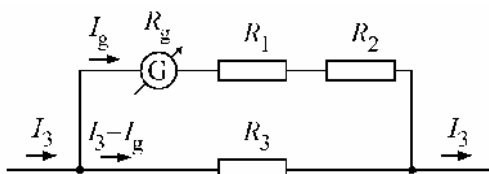
$$(I_1 - I_g)(R_1 + R_2 + R_3) = I_g \cdot R_g \quad \Rightarrow \quad R_1 + R_2 + R_3 = \frac{20}{299} \quad (1)$$

- b) prekida u položaju 2: $I = I_2$



$$(I_2 - I_g)(R_2 + R_3) = I_g \cdot (R_1 + R_g) \quad \Rightarrow \quad 1199(R_2 + R_3) - R_1 = 20 \quad (2)$$

- c) prekida u položaju 3: $I = I_3$



$$(I_3 - I_g)R_3 = I_g \cdot (R_1 + R_2 + R_g) \quad \Rightarrow \quad 5999R_3 - R_1 - R_2 = 20 \quad (3)$$

Rešavanjem sistema jednačina (1), (2) i (3) dobijaju se rezultati:

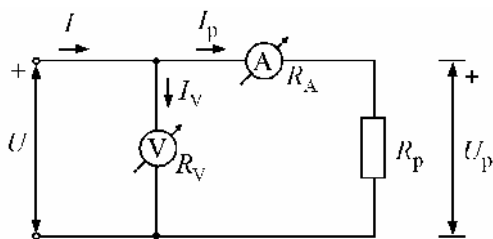
$$R_1 = \frac{15}{299} \Omega = 0,0502 \Omega$$

$$R_2 = \frac{4}{299} \Omega = 0,0134 \Omega$$

$$R_3 = \frac{1}{299} \Omega = 0,0334 \Omega$$

MERENJE OTPORNOSTI

5. Izra unati apsolutnu i relativnu grešku indirektnog merenja elektri ne otpornosti R_p merenjem napona i struje primenom voltmetra unutrašnje otpornosti R_V i ampermetra unutrašnje otpornosti R_A .



Rešenje:

$$\text{Izmerena vrednost: } R_p' = \frac{U_V}{I_A} = \frac{U_p + U_A}{I_p}$$

$$\text{Ta na vrednost: } R_p = \frac{U_p}{I_p}$$

$$\text{Apsolutna greška: } \Delta R_p = P_p' - P_p = \frac{U_p + U_A}{I_p} - \frac{U_p}{I_p} = R_A$$

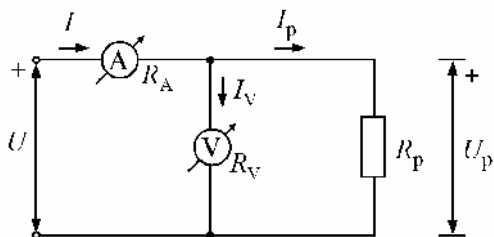
$$\text{Relativna greška: } G_r = \frac{\Delta R_p}{R_p} = \frac{R_A}{R_p}$$

$$\text{Relativna greška u procentima: } G_{r\%} = \frac{\Delta R_p}{R_p} \cdot 100\% = \frac{R_A}{R_p} \cdot 100\%$$

$$\text{Ako se zahteva da je } G_{r\%} \leq 0,1\%, \text{ potrebno je da } R_A \leq \frac{\Delta R_p}{1000}$$

Metoda je pogodna za merenje velikih otpornosti!

6. Izra unati apsolutnu i relativnu grešku indirektnog merenja elektri ne otpornosti R_p merenjem napona i struje primenom voltmetra unutrašnje otpornosti R_V i ampermetra unutrašnje otpornosti R_A .



Rešenje:

$$\text{Izmerena vrednost: } R_p' = \frac{U_V}{I_A} = \frac{U_p}{I_V + I_p}$$

$$\text{Ta na vrednost: } R_p = \frac{U_p}{I_p}$$

$$\text{Apsolutna greška: } \Delta R_p = P_p' - P_p = \frac{U_p}{I_V + I_p} - \frac{U_p}{I_p} = \frac{1}{\frac{I_V}{U_p} + \frac{I_p}{U_p}} - \frac{U_p}{I_p} = -\frac{R_p^2}{R_p + R_V}$$

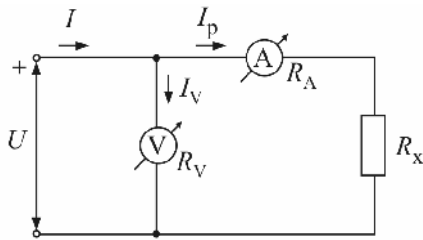
$$\text{Relativna greška: } G_r = \frac{\Delta R_p}{R_p} = \frac{-\frac{R_p^2}{R_p + R_V}}{R_p} = -\frac{R_p}{R_p + R_V}$$

$$\text{Relativna greška u procentima: } G_{r\%} = -\frac{R_p}{R_p + R_V} \cdot 100\%$$

$$\text{Ako se zahteva da je } G_{r\%} \leq 0,1\%, \text{ potrebno je da } R_V \geq 1000R_p$$

Metoda je pogodna za merenje malih otpornosti!

7. Pri indirektnom merenju otpornosti korišćen je voltmetar za 150 V jedini ne otpornosti 200 Ω/V i ampermetar za 15 A, čiji je napon punog skretanja 60mV. Instrumenti su tako vezani da je voltmetar bliži otporniku nego što je otpornost meri, a ampermetar meri ukupnu struju. Ako je pokazivanje na voltmetru 150 V, a na ampermetru 10 mA, odrediti vrednost otpornosti, kao i apsolutnu i relativnu grešku metode.



Rešenje:

Upotrebljeni voltmetar: $U_M = 150V$

$$R_{V0} = 200\Omega/V$$

Ampermetar: $I_M = 15mA$

$$U_{AM} = 60mV$$

Voltmetrom je izmeren napon od 150 V, a ampermetrom struja od 10 mA: $R_V = R_{V0} \cdot U_M = 30k\Omega$

$$\text{Izmerena vrednost: } R_x' = \frac{U_V}{I_A} = \frac{150V}{10 \cdot 10^{-3}A} = 15k\Omega$$

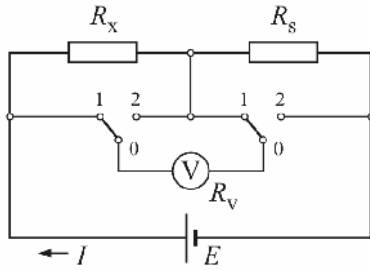
$$\text{Ta na vrednost: } R_x = \frac{U_V}{I_A + I_x} = \frac{U_V}{I_A + \frac{U_V}{R_V}} = \frac{150V}{10 \cdot 10^{-3}A + \frac{150V}{10 \cdot 10^3\Omega}} = 30k\Omega$$

$$\text{Sistematska greška metode: } \Delta R_x = R_x' - R_x = -15k\Omega$$

$$G_{r\%} = G_r \cdot 100\% = -50\%$$

Metoda merenja nije podesna jer je sistematska greška upotrebljene metode velika

8. Na voltmetru unutrašnje otpornosti $150\text{ k}\Omega$ očitano je 120 padeoka kada je bio vezan paralelno sa otpornikom čija se otpornost meri, a 150 padeoka kada je bio vezan paralelno sa standardnim otpornikom od 1000Ω . Odrediti približnu i ta nu vrednost merene otpornosti, kao i sistematsku grešku merenja.



Rešenje:

Za prekidač u položaju 1 i 2, voltmetar pokazuje:

$$\left. \begin{aligned} U_x' &= R_x' I = K_V \alpha_x \\ U_s' &= R_s \cdot I = K_V \cdot \alpha_s \end{aligned} \right\} R_x' = R_s \cdot \frac{\alpha_x}{\alpha_s} = 800\Omega$$

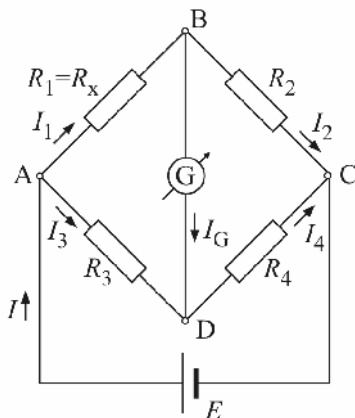
Kada se uzme u obzir unutrašnja otpornost voltmetra:

$$\left. \begin{aligned} U_x &= \frac{R_x \cdot R_V}{R_x + R_V} \cdot I = K_V \alpha_x \\ U_s &= \frac{R_s \cdot R_V}{R_s + R_V} \cdot I = K_V \cdot \alpha_s \end{aligned} \right\} R_x = R_s \cdot \frac{\alpha_x}{\alpha_s} \cdot \frac{R_V}{R_s + R_V - R_s \cdot \frac{\alpha_x}{\alpha_s}} = 798,93\Omega$$

$$\Delta R_x = R_x' - R_x = 1,07\Omega$$

$$G_{r\%} = \frac{\Delta R_x}{R_x} = 0,13\%$$

9. Vitstonov most ine etiri otpornika od po 1000 Ω , a napaja se stalnom strujom od 50 mA. Vrednost otpornosti jednog otpornika promeni se za 0,4%. Koliki e se napon pojaviti na krajevima merne dijagonale za slu aj da galvanometar nije vezan? Kolika e struja prote i kroz galvanometar otpornosti 1000 Ω ?



Rešenje:

Kada je most u ravnoteži:

$$U_{BD} = 0, \quad U_{AB} = U_{AD}, \quad U_{BC} = U_{DC}$$

$$R_1 I_1 = R_3 I_3, \quad R_2 I_2 = R_4 I_4$$

$$I_G = 0, \quad I_1 = I_2, \quad I_3 = I_4 \Rightarrow R_1 \cdot R_4 = R_2 \cdot R_3$$

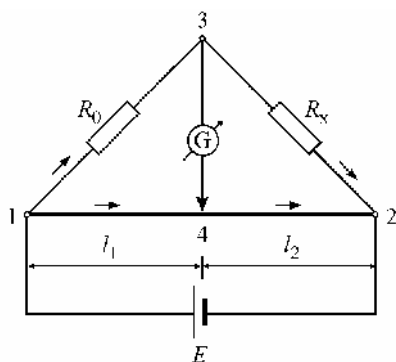
$$R_1 = R_x = R_2 \cdot \frac{R_3}{R_4}$$

Kada se otpornost R_1 promeni za 0,4%: $\Delta R_1 = \frac{0,4 \cdot R_1}{100} = \frac{0,4 \cdot 1000 \Omega}{100} = 4 \Omega$

$$U_{BD} = I \cdot \frac{\Delta R_1}{4 \cdot \left(1 + \frac{R}{R_G}\right)} = 25 \text{ mV}$$

$$I_G = I \cdot \frac{R_2 R_3 - R_1 R_4}{R_G \cdot (R_1 + R_2 + R_3 + R_4) + (R_1 + R_3)(R_2 + R_4)} = I \cdot \frac{\Delta R_1}{8R - 3\Delta R_1} = 25 \mu\text{A}$$

10. Šema ži anog Vitstonovog mosta za merenje elektri ne otpornosti prikazana je na slici. Pomeranjem kliza a po kalibrisanoj žici, u kolu se podesi da kazaljka galvanometra ne skre e. Odrediti izraz za otpornost R_x koju treba izmeriti.



Rešenje:

Kazaljka galvanometra ne skre e kada su njegovi krajevi na istom potencijalu:

$$V_3 = V_4$$

$$\text{odnosno: } U_{13} = U_{14}, \quad U_{32} = U_{42}$$

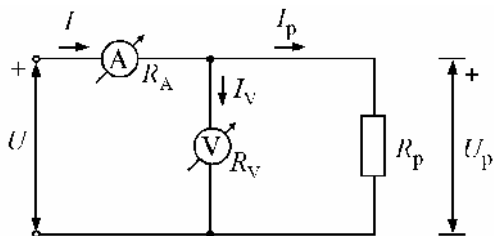
odakle se dobija: $R_0 I_{13} = \rho \frac{l_1}{S} I_{14}, \quad R_x I_{32} = \rho \frac{l_2}{S} I_{42}$

Kako važi: $I_{13} = I_{32}, \quad I_{14} = I_{42}$

bi e: $R_x = \frac{l_2}{l_1} R_0$

MERENJE SNAGE

11. Snaga potroša a jednosmerne struje otpora $R_p = 800 \Omega$ meri se pomo u ampermetra i voltmetra prema šemi, koja je data na slici. Odrediti procentualni iznos korekcije zbog potrošnje instrumenta, ako je $R_A = 0.12 \Omega$ i $R_V = 20 \text{ k}\Omega$.



Rešenje:

Merenjem se dobija: $P_p' = U_p I$

Ta na vrednost je:

$$P_p = U_p I_p = U_p (I - I_V) \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \boxed{P_p = U_p I - \frac{U_p^2}{R_V}}$$

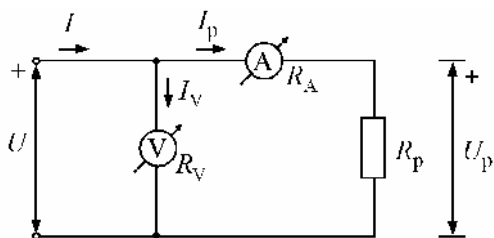
$$I_V = \frac{U_p}{R_V}$$

Apsolutna greška: $\Delta P_p = P_p' - P_p = \frac{U_p^2}{R_V}$

Relativna greška: $\Delta P_{p\%} = \frac{\Delta P_p}{P_p} \cdot 100\% = \frac{\frac{U_p^2}{R_V}}{\frac{U_p^2}{R_p}} \cdot 100\% = \frac{R_p}{R_V} \cdot 100\%$

Korekcija: $k\% = -\Delta P_{p\%} = -\frac{R_p}{R_V} \cdot 100\% = \underline{\underline{-4\%}}$ za male R_p

12. Snaga potroša a jednosmerne struje otpora $R_p = 800 \Omega$ meri se pomo u ampermetra i voltmetra prema šemi, koja je data na slici. Odrediti procentualni iznos korekcije zbog potrošnje instrumenta, ako je $R_A = 0.12 \Omega$ i $R_V = 20 \text{ k}\Omega$.



Rešenje:

Merenjem dobijamo približnu vrednost: $P_p' = U \cdot I_p$

Ta na vrednost je:

$$P_p = U_p I_p = (U - R_A I_p) \cdot I_p$$

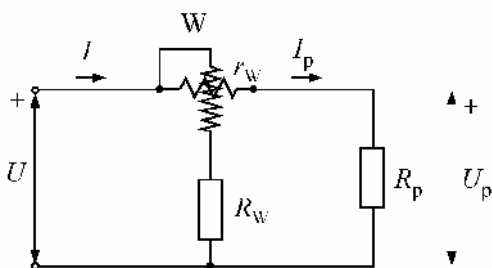
$$\boxed{P_p = U \cdot I_p - R_A I_p^2}$$

Apsolutna greška: $\Delta P_p = P_p' - P_p = R_A I_p^2$

Relativna greška: $\Delta P_{p\%} = \frac{\Delta P_p}{P_p} \cdot 100\% = \frac{R_A I_p^2}{R_p I_p^2} \cdot 100\% = \frac{R_A}{R_p} \cdot 100\%$

Korekcija: $k\% = -\Delta P_{p\%} = -\frac{R_A}{R_p} \cdot 100\% = \underline{\underline{-0,015\%}}$ za velike R_p

13. Snaga potroša a jednosmerne struje, koji uzima iz mreže struju $I_p = 15 \text{ A}$ meri se pomo u vatmetra prema šemi na slici. Odrediti ta nu vrednost snage potroša a P_p kao i procentuanlni iznos korekcije $k\%$ zbog potrošnje vatmetra, ako on pokazuje snagu $P_p' = 4500 \text{ W}$, a otpor strujnog kalema vatmetra iznosi $r_w = 0.04 \Omega$.



Rešenje:

Izmerena vrednost: $P_p' = P_p + I_p^2 r_w$

Ta na vrednost: $P_p = U_p I_p = I_p^2 R_p$

merimo ve u snagu od stvarne (merimo i snagu strujnog kalema r_w)

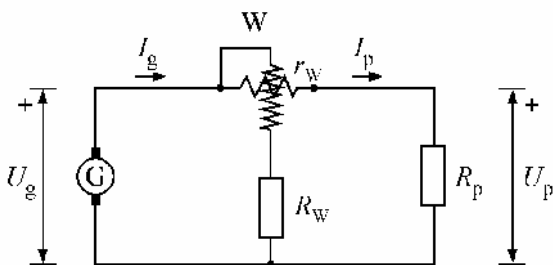
$$P_p = P_p' - I_p^2 r_w = 4500 - 15^2 \cdot 0,04 = 4491 \text{ W}$$

Apsolutna greška: $\Delta P_p = P_p' - P_p = I_p^2 r_w$

Relativna greška: $\Delta P_{p\%} = \frac{\Delta P_p}{P_p} \cdot 100\% = \frac{I_p^2 r_w}{R_p} \cdot 100\% = 0,2\%$

Korekcija: $k\% = -\Delta P_{p\%} = -0,2\%$

14. Snaga generatora jednosmerne struje napona $U_g = 220 \text{ V}$ meri se vatmetrom, prema šemi na slici. Odrediti ta nu vrednost snage potroša a P_g kao i procentuanlni iznos korekcije $k\%$ zbog potrošnje vatmetra, ako on pokazuje snagu $P_g' = 4000 \text{ W}$, a otpor naponskog kalema vatmetra iznosi $R_w = 3000 \Omega$.



Rešenje:

Izmerena vrednost: $P_g' = P_g - \frac{U_g^2}{R_w}$

Ta na vrednost: $P_g = U_g I_g$

merimo manju snagu od stvarne (zbog pada napona na naponskom kalemu R_w)

$$P_g = P_g' + \frac{U_g^2}{R_w} = 4000 + \frac{220^2}{3000} = 4016 \text{ W}$$

Apsolutna greška: $\Delta P_g = P_g' - P_g = -\frac{U_g^2}{R_w}$

Relativna greška: $\Delta P_{g\%} = \frac{\Delta P_g}{P_g} \cdot 100\% = -\frac{\frac{U_g^2}{R_w}}{P_g} \cdot 100\% = -0,4\%$

Korekcija: $k\% = -\Delta P_{g\%} = 0,4\%$