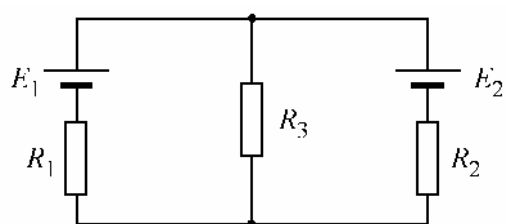


1. Za kolo prikazano na slici odrediti struje u svim granama.



$$E_1 = 10\text{V}$$

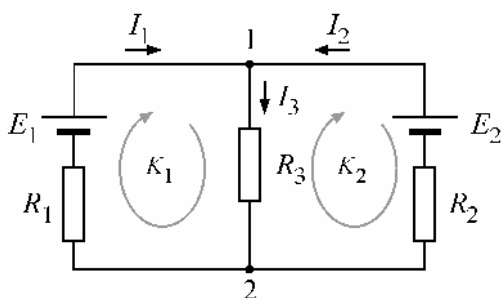
$$E_2 = 20\text{V}$$

$$R_1 = 1\Omega$$

$$R_2 = 2\Omega$$

$$R_3 = 2\Omega$$

Rešenje: Za dato kolo usvoje se referentni smerovi za struje u svima granama kola.



Za dato kolo ima 2 vora, te se po prvom Kirhofovom zakonu piše $n - 1 = 1$ jedna ina. Za vor ozna en sa 1 može se napisati:

$$\text{vor 1: } I_1 + I_2 - I_3 = 0 \quad (1)$$

U postojе 3 grane (3 nepoznate struje) i potrebno je izabrati $n_g - (n - 1) = 2$ nezavisne strujne konture u kolu sa odgovaraju im referentnim smerovima (K_1 i K_2).

Jedna ine koje se mogu napisati po drugom Kirhofovom zakonu za ove konture su:

$$K_1: \quad -R_3 I_3 - R_1 I_1 + E_1 = 0 \quad (2)$$

$$K_2: \quad -E_2 + R_2 I_2 + R_3 I_3 = 0 \quad (3)$$

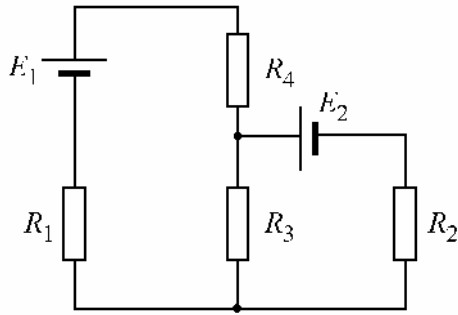
Zamenom brojnih vrednosti i u jedna inama (1) do (3) za tražene struje dobija se da iznose:

$$I_1 = 0$$

$$I_2 = 5\text{A}$$

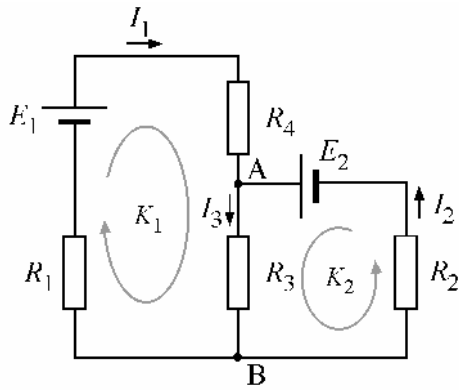
$$I_3 = 5\text{A}$$

2. Dato je kolo kao na slici. Odrediti napon na otporniku R_3 .



- $E_1 = 15V$
- $E_2 = 4V$
- $R_1 = 6\Omega$
- $R_2 = 19\Omega$
- $R_3 = 2,5\Omega$
- $R_4 = 5,7\Omega$

Rešenje: Pretpostavljaju i smerove struja i konture, kao na slici, na osnovu Kirhofovih zakona može se napisati:



$$\text{I KZ (ta ka A): } I_1 + I_2 - I_3 = 0 \quad (1)$$

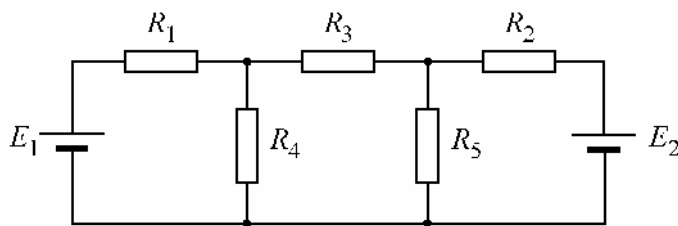
$$\text{II KZ (K}_1\text{): } E_1 - R_4 I_1 - R_3 I_3 - R_1 I_1 = 0 \quad (2)$$

$$\text{(K}_2\text{): } E_2 - R_3 I_3 - R_2 I_2 = 0 \quad (3)$$

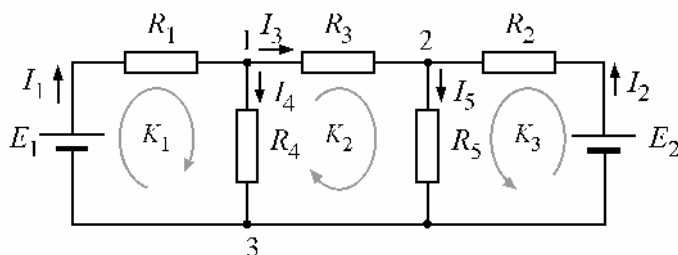
Odakle se dobija: $I_3 = 1.108A$

$$U_{AB} = R_3 I_3 = 2.77V$$

3. Za kolo prikazano na slici odrediti intenzitet struje u grani sa otpornoš u 8Ω , ako su poznate vrednosti otpornosti otpornika $R_1 = 5\Omega$, $R_2 = 12\Omega$, $R_3 = 10\Omega$, $R_4 = 15\Omega$ i $R_5 = 8\Omega$, a elektromotorne sile izvora su $E_1 = 4V$ i $E_2 = 6V$.



Rešenje:



$$\text{vor 1: } I_1 - I_3 - I_4 = 0 \quad (1)$$

$$\text{vor 2: } I_2 + I_3 - I_5 = 0 \quad (2)$$

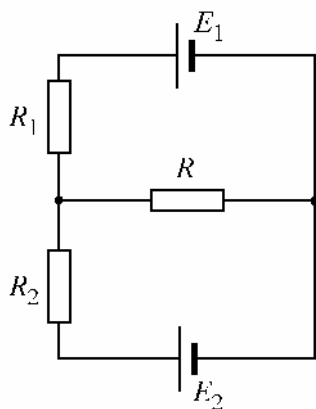
$$K_1: E_1 - R_1 I_1 - R_4 I_4 = 0 \quad (3)$$

$$K_2: -R_3 I_3 - R_5 I_5 + R_4 I_4 = 0 \quad (4)$$

$$K_3: -E_2 - R_2 I_2 - R_5 I_5 = 0 \quad (5)$$

$$I_5 = 0.32A$$

4. Dato je kolo prema šemi na slici. U kom odnosu treba da stoje elektromotorne sile generatora da bi elektri ni radovi pretvoreni u toplotu u otpornicima R_1 i R_2 bili jednaki? Unutrašnji otpori generatora zanemarljivo su mali u odnosu na otpornostu u kolu.

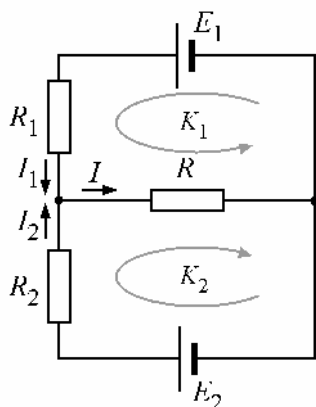


$$R_1 = 1\Omega$$

$$R_2 = 4\Omega$$

$$R = 2\Omega$$

Rešenje:



$$\text{I KZ: } I_1 + I_2 - I = 0 \quad (1)$$

$$\text{II KZ: } E_1 - R_1I_1 - RI = 0 \quad (2)$$

$$E_2 - R_2I_2 - RI = 0 \quad (3)$$

Po uslovu zadatka važi i: $R_1I_1^2 = R_2I_2^2$

Rešavanjem sistema od tri jedna ine i na osnovu uslova zadatka dobijaju se jedna ine:

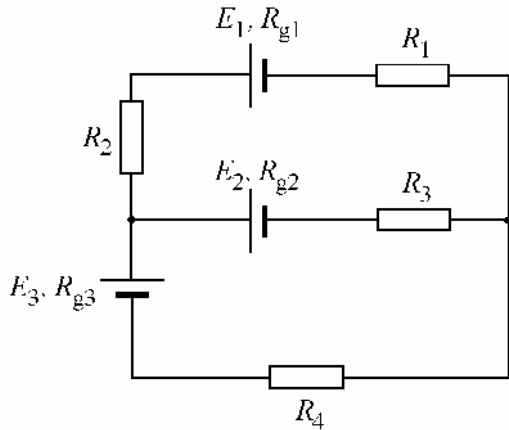
$$E_1 = R_1I_1 - R(I_1 + I_2) = 0$$

$$E_2 = R_2I_2 - R(I_1 + I_2) = 0$$

$$I_2 = I_1 \sqrt{\frac{R_1}{R_2}}$$

odnosno, $\frac{E_1}{E_2} = 0.8$

5. Za kolo prikazano na slici odrediti struje u svim granama.



$$E_1 = 12\text{V}, \quad R_{g1} = 2\Omega$$

$$E_2 = 26\text{V}, \quad R_{g2} = 1\Omega$$

$$E_3 = 24\text{V}, \quad R_{g3} = 3\Omega$$

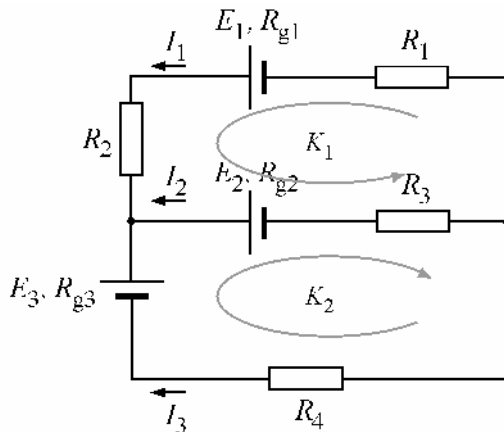
$$R_1 = 5\Omega$$

$$R_2 = 3\Omega$$

$$R_3 = 1\Omega$$

$$R_4 = 2\Omega$$

Rešenje:



$$I_1 + I_2 + I_3 = 0 \quad (1)$$

$$-R_1 I_1 + E_1 - R_{g1} I_1 - R_2 I_1 - E_2 + R_{g2} I_2 + R_3 I_2 = 0 \quad (2)$$

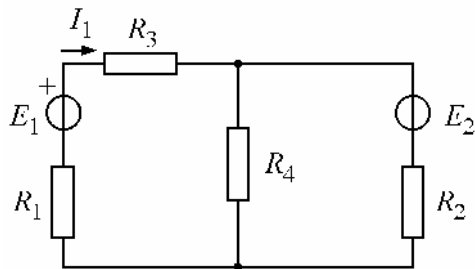
$$-R_4 I_3 + E_3 - R_{g3} I_3 - E_2 + R_{g2} I_2 + R_3 I_2 = 0 \quad (3)$$

$$I_1 = -1.175\text{A}$$

$$I_2 = 1.125\text{A}$$

$$I_3 = 0.05\text{A}$$

6. Dato je kolo kao na slici sa poznatim elementima. Odrediti struju kroz otpornik R_4 i ems E_2 ako intenzitet struje u grani sa otpornicima R_1 i R_3 iznosi $I_1 = 50\text{ mA}$ prema oznaenom referentnom smeru.



$$R_1 = 200\Omega$$

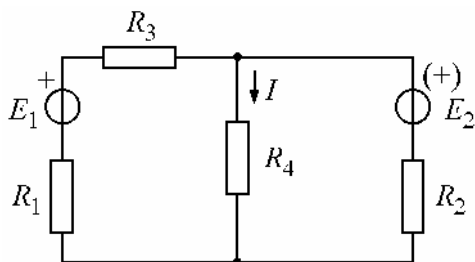
$$R_2 = 500\Omega$$

$$R_3 = 800\Omega$$

$$R_4 = 2\text{k}\Omega$$

$$E_1 = 30\text{V}$$

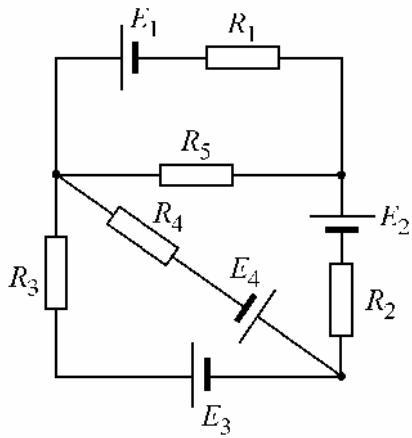
Rešenje: Prema oznaenim referentnim smerovima za struju i ems:



$$I = 10\text{mA}$$

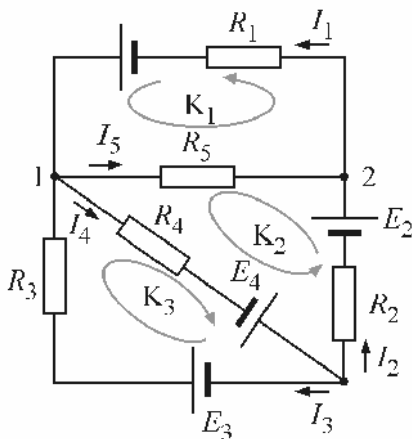
$$E_2 = -50\text{V}$$

7. Dato je kolo kao na slici. Poznate su ems generatora i otpornosti grana kola. Odrediti struje u granama kola.



- $E_1 = 10\text{V}$ $R_1 = 1\Omega$
- $E_2 = 20\text{V}$ $R_2 = 2\Omega$
- $E_3 = 30\text{V}$ $R_3 = 2\Omega$
- $E_4 = 40\text{V}$ $R_4 = 4\Omega$
- $R_5 = 5\Omega$

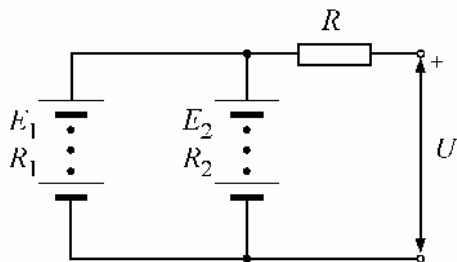
Rešenje:



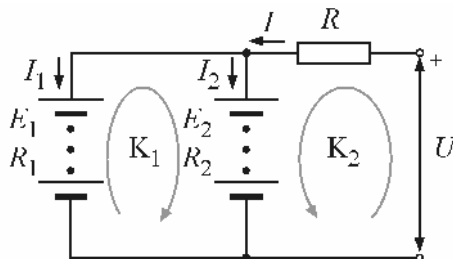
$$\begin{aligned} I_1 + I_3 - I_4 - I_5 &= 0 & (1) \\ -I_1 + I_2 + I_5 &= 0 & (2) \\ E_1 - R_5 I_5 - R_1 I_1 &= 0 & (3) \\ E_1 + R_5 I_5 - R_4 I_4 + E_4 - R_2 I_2 &= 0 & (4) \\ E_3 - R_3 I_3 - R_4 I_4 + E_4 &= 0 & (5) \end{aligned}$$

$$I_1 = 6\text{A}, I_2 = 5.2\text{A}, I_3 = 8.2\text{A}, I_4 = 13.4\text{A}, I_5 = 0.8\text{A}$$

8. Dve akumulatorske baterije vezane paralelno imaju ems od 100 V i 110 V, a unutrašnje otpornosti su im 0.2Ω i 0.22Ω , respektivno. Ova veza je priključena preko otpornika od 5Ω na mrežu jednosmerne struje napona 250 V. Negativni polovi baterija vezani su za negativni pol mreže. Odrediti veličine i smerove struja u obe baterije, kao i struju koja se uzima iz mreže.



Rešenje:



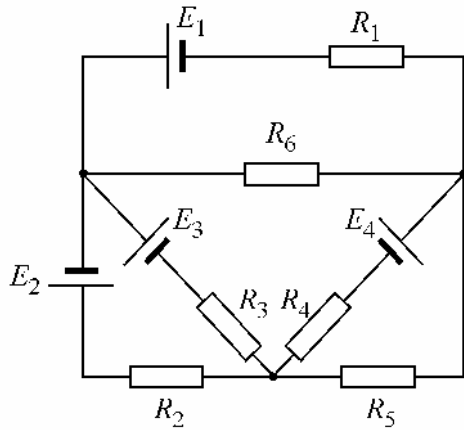
$$\begin{aligned} I - I_1 - I_2 &= 0 & (1) \\ E_1 + R_1 I_1 - E_2 - R_2 I_2 &= 0 & (2) \\ U - RI - E_2 - R_2 I_2 &= 0 & (3) \end{aligned}$$

$$I_1 = 38.71\text{A (punjenje)}$$

$$I_2 = -10.26\text{A (pražnjenje)}$$

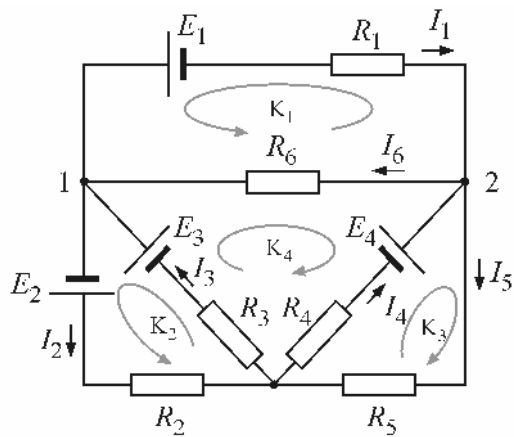
$$I = 28.45\text{A (iz mreže)}$$

9. Odrediti struje u granama složenog kola predstavljenog na slici.



$E_1 = 10\text{V}$	$R_1 = 1\Omega$
$E_2 = 20\text{V}$	$R_2 = 2\Omega$
$E_3 = 16\text{V}$	$R_3 = 4\Omega$
$E_4 = 24\text{V}$	$R_4 = 5\Omega$
	$R_5 = 2\Omega$
	$R_6 = 4\Omega$

Rešenje:



$$I_2 + I_3 + I_6 = 0 \quad (1)$$

$$I_4 - I_5 - I_6 = 0 \quad (2)$$

$$E_1 + R_6 I_6 + R_1 I_1 = 0 \quad (3)$$

$$E_2 - R_2 I_2 - R_3 I_3 + E_3 = 0 \quad (4)$$

$$E_4 - R_5 I_5 - R_4 I_4 = 0 \quad (5)$$

$$E_3 + R_6 I_6 - E_4 + R_4 I_4 + R_3 I_3 = 0 \quad (6)$$

$$I_1 = -7,14\text{A}$$

$$I_2 = 10,28\text{A}$$

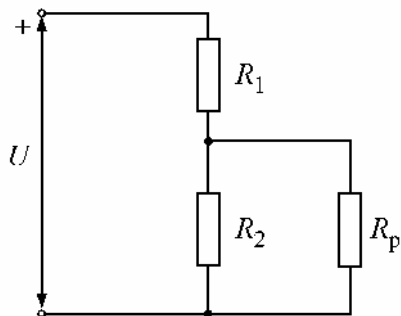
$$I_3 = 3,86\text{A}$$

$$I_4 = 5,26\text{A}$$

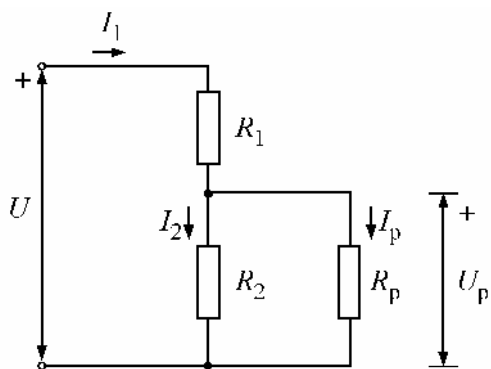
$$I_5 = -1,15\text{A}$$

$$I_6 = 0,71\text{A}$$

10. Odrediti odnos napona U_p i U za kolo prikazano na slici. Koliki je odnos ovih napona ako je R_p mnogo veće od R_2 ?



Rešenje:



$$I_1 = I_2 + I_p = 0 \quad (1)$$

$$U - R_1 I_1 - U_p = 0 \Rightarrow I_1 = \frac{U - U_p}{R_1} = 0 \quad (2)$$

$$U_p = R_2 I_2 \Rightarrow I_2 = \frac{U_p}{R_2} \quad (3)$$

$$U_p = R_p I_p \Rightarrow I_p = \frac{U_p}{R_p} \quad (4)$$

Zamenom jednačina (2), (3) i (4) u jednačinu (1) dobija se:

$$\frac{U - U_p}{R_1} = \frac{U_p}{R_2} + \frac{U_p}{R_p}$$

$$\frac{U_p}{U} = \frac{R_2}{R_1 + R_2 + \frac{R_1 R_2}{R_p}}$$

Ako važi: $R_p \gg R_2$, struja I_p može se zanemariti u odnosu na struju I_2 pa važi:

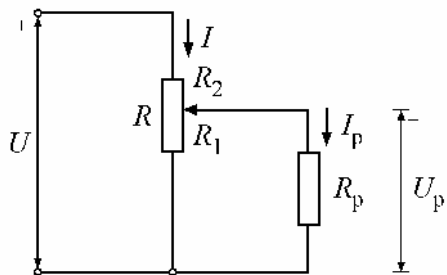
$$I_1 \cong I_2$$

$$\frac{U - U_p}{R_1} \cong \frac{U_p}{R_2}$$

$$\frac{U_p}{U} \cong \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

11. Razdelnik napona priključen na mrežo napona $U = 40\text{ V}$ daje na izlazu napon $U_p = 10\text{ V}$ prema datoj slici. Struja kroz potrošača koji je priključen na krajevima razdelnika napona iznosi 10 mA , a razdelnik uzima iz mreže snagu 2 W . Odrediti:

- parametre razdelnika napona, odnosno otpornosti R_1 i R_2 ,
- napon na krajevima razdelnika napona u praznom hodu.



Rešenje:

$$\text{a) } P = U \cdot I \quad \Rightarrow \quad I = \frac{P}{U} = 0,05\text{ A}$$

$$U_p = R_p \cdot I_p \quad \Rightarrow \quad R_p = \frac{U_p}{I_p} = 1000\Omega$$

$$U_p = R_p \cdot I_p = R_1 \cdot (I - I_p) = 10\text{ V} \quad \Rightarrow \quad R_1 = \frac{R_p U_p}{I - I_p} = 250\Omega$$

$$U - U_p = R_2 \cdot I \quad \Rightarrow \quad R_2 = \frac{U - U_p}{I} = 600\Omega$$

$$\text{b) } I_p = 0$$

$$\frac{U}{R_1 + R_2} = \frac{U_{p0}}{R_1}$$

$$U_{p0} = \frac{R_1 \cdot U}{R_1 + R_2} = 11,76\text{ V}$$